

## Решение задач на определение количества информации (с решением)

### Задача 1.

Вычислите количество информации, которое будет получено:

- при бросании симметричного шестигранного кубика;
- при игре в шахматы игроком за черных после первого хода белых, если считать все ходы равновероятными;
- при игре в шашки.

**Решение:**

$$I = \log_2 6 = 2,58 \text{ бит}$$

$$I = \log_2 20 = 4,32 \text{ бит}$$

$$I = \log_2 7 = 2,81 \text{ бит}$$

### Задача 2.

Для кодирования нотной записи используется 7 значков-нот. Каждая нота кодируется одним и тем же минимально возможным количеством бит. Чему равен информационный объем сообщения, состоящего из 180 нот?

**Решение:**

*Каждая нота кодируется 3 битами ( $2^2=4 < 7 < 2^3=8$ ).*

*Информационный объем сообщения равен  $180 \times 3 = 540$  бит.*

*Ответ: 540 бит.*

### Задача 3.

Цветное растровое графическое изображение, палитра которого включает в себя 65 536 цветов, имеет размер 100x100 точек (пикселей). Какой объем видеопамати компьютера (в Кбайтах) занимает это изображение в формате BMP?

**Решение:**

*$65536 = 2^{16}$ ,  $I = 16$  бит на кодирование 1 цвета. Все изображение состоит из  $100 \times 100 = 10\,000$  точек. Следовательно, количество информации, необходимое для хранения изображения целиком  $16 \times 10\,000 = 160\,000$  бит =  $20\,000$  байт =  $19,5$  Кб.*

*Ответ: 19,5 килобайт.*

### Задача 4.

В велокроссе участвуют 119 спортсменов. Специальное устройство регистрирует прохождение каждым из участников промежуточного финиша, записывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для каждого спортсмена. Каков информационный объем сообщения, записанного устройством, после того как промежуточный финиш прошли 70 велосипедистов?

**Решение:**

*$N=119$  ( $2^6=64 < 7 < 2^7=128$ ),  $I \approx 7$  бит необходимо для кодирования одного спортсмена, поскольку была записана информация о 70 спортсменах, объем сообщения составил:  $7 \times 70 = 490$  бит.*

*Ответ: 490 бит.*

### Задача 5.

В корзине лежит 16 шаров разного цвета. Сколько информации несет сообщение, что достали белый шар?

**Решение:**

т.к.  $N = 16$  шаров, то  $I = \log_2 N = \log_2 16 = \underline{4 \text{ бит}}$ .

### **Задача 6.**

Какое количество информации будет содержать зрительное сообщение о цвете вынутого шарика, если в непрозрачном мешочке находится 50 белых, 25 красных, 25 синих шариков.

**Решение:**

- 1) всего шаров  $50+25+25=100$
- 2) вероятности шаров  $50/100=1/2$ ,  $25/100=1/4$ ,  $25/100=1/4$
- 3)  $I = -(1/2 \log_2 1/2 + 1/4 \log_2 1/4 + 1/4 \log_2 1/4) = -(1/2(0-1) + 1/4(0-2) + 1/4(0-2)) = \underline{1,5 \text{ бит}}$

### **Задача 7.**

В озере плавает 12500 окуней, 25000 пескарей, 6250 карасей и 6250 щук. Какое количество информации мы получим, когда поймем какую-нибудь рыбу?

**Решение:**

*Всего рыб:*  $12500 + 25000 + 6250 + 6250 = 50000$

*Определим вероятность поимки каждого вида рыбы:*

$$p_{\text{ок}} = \frac{12500}{50000} = 0,25 \qquad p_{\text{пес}} = \frac{25000}{50000} = 0,5$$

$$p_{\text{кар}} = \frac{6250}{50000} = 0,125 \qquad p_{\text{щук}} = \frac{6250}{50000} = 0,125$$

*Теперь посчитаем количество информации по формуле Шеннона:*

$$I = -(0,25 * \log_2 0,25 + 0,5 * \log_2 0,5 + 0,125 * \log_2 0,125 + 0,125 * \log_2 0,125) = 1,75 \text{ бит}$$

### **Сложная задача**

#### **Задача 8.**

Словарный запас некоторого языка составляет 256 слов, каждое из которых состоит точно из 4 букв. Сколько букв в алфавите языка?

**Решение:**

*При алфавитном подходе к измерению количества информации известно, что если мощность алфавита  $N$  (количество букв в алфавите), а максимальное количество букв в слове, записанном с помощью этого алфавита –  $m$ , то максимально возможное количество слов определяется по формуле  $L=N^m$ . Из условия задачи известно количество слов ( $L=256$ ) и количество букв в каждом слове ( $m=4$ ). Надо найти  $N$  из получившегося уравнения  $256=N^4$ . Следовательно,  $N=4$ .*

*Ответ: 4 буквы.*

#### **Задача 9.**

Сколько информации несет сообщение о том, что было угадано число в диапазоне целых чисел от 684 до 811?

**Решение:**

$$811 - 684 = 128 \text{ (включая число 684), } N=128, i=7 \text{ бит } (2^7=128).$$

*Ответ: 7 бит информации.*

**Задача 10.**

В некоторой стране автомобильный номер длиной 7 символов составляется из заглавных букв (всего используется 26 букв) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый символ кодируется одинаковым и минимально возможным количеством бит, а каждый номер — одинаковым и минимально возможным количеством байт. Определите объем памяти, необходимый для хранения 20 автомобильных номеров.

**Решение:**

*Всего используется 26 букв + 10 цифр = 36 символов для кодирования 36 вариантов необходимо использовать 6 бит, так как  $2^5=32 < 36 < 2^6=64$ , т.е. пяти бит не хватит (они позволяют кодировать только 32 варианта), а шести уже достаточно таким образом, на каждый символ нужно 6 бит (минимально возможное количество бит). Полный номер содержит 7 символов, каждый по 6 бит, поэтому на номер требуется  $6 \times 7 = 42$  бита.*

*По условию каждый номер кодируется целым числом байт (в каждом байте — 8 бит), поэтому требуется 6 байт на номер ( $5 \times 8=40 < 42 < 6 \times 8=48$ ), пяти байтов не хватает, а шесть — минимально возможное количество на 20 номеров нужно выделить  $20 \times 6=120$  байт.*

*Ответ: 120 байт.*

**Задача 11.**

Каждая клетка поля  $8 \times 8$  кодируется минимально возможным и одинаковым количеством бит. Решение задачи о прохождении «конем» поля записывается последовательностью кодов посещенных клеток. Каков объем информации (в байтах) после 11 сделанных ходов? (Запись решения начинается с начальной позиции коня).

**Решение:**

*Всего клеток  $8 \times 8 = 64$ . Для кодирования 1 клетки необходимо 6 бит ( $2^6=64$ ). В записи решения будет описано 12 клеток (11 ходов+начальная позиция). Объем информации записи  $12 \times 6 = 72$  бита =  $72:8 = 9$  байт.*

*Ответ: 9 байт.*

**Задача 12.**

Информационное сообщение объемом 1,5 килобайта содержит 3072 символа. Сколько символов содержит алфавит, с помощью которого было записано это сообщение?

**Решение:**

*$1,5 \text{ Кбайта} = 1,5 \times 1024 \times 8 = 12288$  бит.  $12288/3072 = 4$  бита — информационный вес одного символа. Мощность алфавита равна  $2^4=16$  символов.*

*Ответ: 16 символов.*

**Задача 13.**

Мощность алфавита равна 64. Сколько Кбайт памяти потребуется, чтобы сохранить 128 страниц текста, содержащего в среднем 256 символов на каждой странице?

**Решение:**

*Всего требуется сохранить  $128 \times 256 = 32768$  символов.*

*Информационный вес 1 символа 6 бит ( $2^6=64$ ). Чтобы сохранить весь текст, потребуется  $32768 \times 6 = 196608$  бит =  $196608 : 8 = 24576$  байт =  $24576 : 1024 = 24$  Кб.*

*Ответ: 24 Кбайт.*