

Решение задач на определение количества информации 2

1. Азбука Морзе позволяет кодировать символы для сообщений по радиосвязи, задавая комбинацию точек и тире. Сколько различных символов (цифр, букв, знаков пунктуации и т. д.) можно закодировать, используя код азбуки Морзе длиной не менее двух и не более четырех сигналов (точек и тире)?
2. Сколько сообщений мог бы передавать светофор, если бы у него одновременно горели сразу три "глаза", и каждый из них мог бы менять цвет и становиться красным, желтым или зеленым?
3. В некоторой стране проживает 200 человек. Индивидуальные номера налогоплательщиков (ИНН) содержат только цифры 2, 4, 6 и 8. Какова должна быть минимальная длина ИНН, если все жители имеют разные номера?
4. В некоторой стране проживает 1000 человек. Индивидуальные номера налогоплательщиков (ИНН) содержат только цифры 0, 1, 2 и 3. Какова должна быть минимальная длина ИНН, если все жители имеют разные номера?
5. Для кодирования 300 различных сообщений используются 5 последовательных цветовых вспышек. Вспышки одинаковой длительности, для каждой вспышки используется одна лампочка определенного цвета. Лампочки скольких цветов должны использоваться при передаче (укажите минимально возможное количество)?
6. Для передачи сигналов на флоте используются специальные сигнальные флаги, вывешиваемые в одну линию (последовательность важна). Какое количество различных сигналов может передать корабль при помощи четырех сигнальных флагов, если на корабле имеются флаги трех различных видов (флагов каждого вида неограниченное количество)?
7. В корзине лежат черные и белые шары. Среди них 18 черных шаров. Сообщение о том, что достали белый шар, несет 2 бита информации. Сколько всего шаров в корзине?
8. За четверть Василий Пупкин получил 20 оценок. Сообщение о том, что он вчера получил четверку, несет 2 бита информации. Сколько четверок получил Василий за четверть?
9. В коробке лежат 64 цветных карандаша. Сообщение о том, что достали белый карандаш, несет 4 бита информации. Сколько белых карандашей было в коробке?
10. Шахматная доска состоит из 8 столбцов и 8 строк. Какое минимальное количество бит потребуется для кодирования координат одного шахматного поля?

Решения

1. Алфавит Морзе позволяет кодировать символы для сообщений по радиосвязи, задавая комбинацию точек и тире. Сколько различных символов (цифр, букв, знаков пунктуации и т. д.) можно закодировать, используя код алфавита Морзе длиной не менее двух и не более четырех сигналов (точек и тире)?

Решение:

$N = 2^i$ $N_1 = 2^2 = 4$ $N_2 = 2^3 = 8$ $N_3 = 2^4 = 16$ $N = N_1 + N_2 + N_3 = 4 + 8 + 16 = 28$ символов
или $N = X^Y$, где X – количество вариантов символов, Y – длина последовательности сигналов.

2. Сколько сообщений мог бы передавать светофор, если бы у него одновременно горели сразу три "глаза", и каждый из них мог бы менять цвет и становиться красным, желтым или зеленым?

Решение:

$N_c = 3^i$ $N = 3^3 = 27$ сообщений
или $N = X^Y$, где X – количество используемых цветов, Y – количество секций.

3. В некоторой стране проживает 200 человек. Индивидуальные номера налогоплательщиков (ИНН) содержат только цифры 2, 4, 6 и 8. Какова должна быть минимальная длина ИНН, если все жители имеют разные номера?

Решение:

$N = 4$ $200 = 4^i$ $4^3 = 64$ $4^4 = 256$ Следовательно $i = 4$

4. В некоторой стране проживает 1000 человек. Индивидуальные номера налогоплательщиков (ИНН) содержат только цифры 0, 1, 2 и 3. Какова должна быть минимальная длина ИНН, если все жители имеют разные номера?

Решение:

$N = 4$ $1000 = 4^i$ $4^4 = 256$ $4^5 = 1024$ Следовательно $i = 5$ символов в ИНН

5. Для кодирования 300 различных сообщений используются 5 последовательных цветовых вспышек. Вспышки одинаковой длительности, для каждой вспышки используется одна лампочка определенного цвета. Лампочки скольких цветов должны использоваться при передаче (укажите минимально возможное количество)?

Решение:

$N_c = 300$ $300 = 5^i$ $5^3 = 125$ $5^4 = 625$ Следовательно $i = 4$ цвета

6. Для передачи сигналов на флоте используются специальные сигнальные флаги, вывешиваемые в одну линию (последовательность важна). Какое количество различных сигналов может передать корабль при помощи четырех сигнальных флагов, если на корабле имеются флаги трех различных видов (флагов каждого вида неограниченное количество)?

Решение:

$N = 3$ $N_c = 3^4 = 81$ сигнал

7. В корзине лежат черные и белые шары. Среди них 18 черных шаров. Сообщение о том, что достали белый шар, несет 2 бита информации. Сколько всего шаров в корзине?

Решение:

Вероятность обозначают буквой P .

$$P = \frac{K}{N}$$

(где K — количество тех наблюдений, при которых рассматриваемое событие наступило,

$$\frac{1}{P} = 2^i$$

N — общее количество наблюдений)

(где i — количество информации, которое мы получим, при том или ином исходе

события)

Вторая формула называется формулой Шеннона (правда в другом виде). В оригинале формула Шеннона выглядит так

$$i = \log(1/p)$$

1 вариант решения:

Берём формулу Шеннона:

$$2^H = 1/N,$$

где H - кол-во информации, N - вероятность.

$$H = 2 \text{ бита.}$$

$$2^2 = 1/N$$

$N = 1/4 = 0.25$ - вероятность того, что попадётся белый шар.

Отсюда: $18 = 0.75$ всех шаров.

$$18/3 * 4 = 24 \text{ шара всего.}$$

2 вариант решения:

$$2^i = N/k$$

где i - количество информации о том, что произошло интересующее нас событие

N - общее количество событий

k - количество интересующих нас событий.

Имеем:

учитывая, что $N = k_{\text{белых}} + k_{\text{чёрных}}$

$$2^2 = (k_{\text{белых}} + k_{\text{чёрных}}) / k_{\text{белых}}$$

$$4 = (k_{\text{белых}} + 18) / k_{\text{белых}}$$

$$\text{отсюда } k_{\text{белых}} = 6, \text{ а всего } 18 + 6 = 24$$

8. За четверть Василий Пупкин получил 20 оценок. Сообщение о том, что он вчера получил четверку, несет 2 бита информации. Сколько четверок получил Василий за четверть?

Решение:

$p = \frac{K}{N}$, где p - вероятность данного события, K - количество интересующих нас событий, N - общее количество событий

$$2^i = \frac{1}{p} \text{ мы знаем, что } I = 2, \text{ тогда } p = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$\text{И находим } K = p * N = 0,25 * 20 = 5$$

9. В коробке лежат 64 цветных карандаша. Сообщение о том, что достали белый карандаш, несет 4 бита информации. Сколько белых карандашей было в коробке?

Решение:

$p = \frac{K}{N}$, где p - вероятность данного события, K - количество интересующих нас событий, N - общее количество событий

$$2^i = \frac{1}{p} \text{ мы знаем, что } I = 4, \text{ тогда } p = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16} = 0,0625$$

$$\text{И находим } K = p * N = 0,0625 * 64 = 4 \text{ белых карандашей}$$

10. Шахматная доска состоит 8 столбцов и 8 строк. Какое минимальное количество бит потребуется для кодирования координат одного шахматного поля?

Решение:

$$N = 2^i \quad N = 8 * 8 = 64 \quad 64 = 2^i \quad I = \log_2 64 = 6 \text{ бит}$$

1. В некоторой стране автомобильный номер длиной 7 символов составляют из заглавных букв (задействовано 23 различные буквы) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый такой номер в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит). Определите объем памяти, отводимый этой программой для записи 50 номеров.
2. В некоторой стране автомобильный номер длиной 7 символов составляют из заглавных букв (задействовано 26 различных букв) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый такой номер в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит). Определите объем памяти, отводимый этой программой для записи 40 номеров.
3. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдается пароль, состоящий из 9 символов и содержащий только символы A, B, C, D, E, F. Каждый такой пароль в системе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит). Определите объем памяти, отводимый системой для записи 50 паролей.
4. При регистрации в компьютерной системе, используемой при проведении командной олимпиады, каждому ученику выдается уникальный идентификатор - целое число от 1 до 1000. Для хранения каждого идентификатора ученика используется одинаковое и минимально возможное количество бит. В каждой команде участвует 3 ученика. Идентификатор команды состоит из последовательно записанных идентификаторов учеников. Для записи каждого идентификатора команды система использует одинаковое и минимально возможное количество байт. Сколько байт должна отвести система для записи идентификаторов 20 команд?
5. При регистрации в компьютерной системе, используемой при проведении командной олимпиады, каждому ученику выдается уникальный идентификатор - целое число от 1 до 1000. Для хранения каждого идентификатора ученика используется одинаковое и минимально возможное количество бит. В каждой команде участвует 4 ученика. Идентификатор команды состоит из последовательно записанных идентификаторов учеников и 12 дополнительных бит. Для записи каждого идентификатора команды система использует одинаковое и минимально возможное количество байт. Сколько байт должна отвести система для записи идентификаторов 20 команд?
6. Автомобильный номер состоит из нескольких букв (количество букв одинаковое во всех номерах), за которыми следуют три цифры. При этом используются 10 цифр и только 5 букв: H, O, M, E и P. Нужно иметь не

менее 100 тысяч различных номеров. Какое наименьшее количество букв должно быть в автомобильном номере?

7. Автомобильный номер состоит из трех букв, за которыми следуют три цифры. При этом используются 10 цифр и только 6 букв: Я, Н, Д, Е, К и С. Для хранения одного номера используется минимально возможное и одинаковое для всех номеров количество бит. Сколько байт памяти потребуется для хранения 400 автомобильных номеров? Номера хранятся без разделителей.
8. При регистрации в компьютерной системе, используемой при проведении командной олимпиады, каждому ученику выдается уникальный идентификатор - целое число от 1 до 1000. Для хранения каждого идентификатора используется одинаковое и минимально возможное количество бит. Идентификатор команды состоит из последовательно записанных идентификаторов учеников и 8 дополнительных бит. Для записи каждого идентификатора команды система использует одинаковое и минимально возможное количество байт. Во всех командах равное количество участников. Сколько участников в каждой команде, если для хранения идентификаторов 20 команд-участниц потребовалось 180 байт?